

# TD n°1 - Introduction à la philosophie des sciences

Nicolas Michel - *nicolasmichel.univ@gmail.com*

Introduction à la logique

10 Octobre 2016

## 1 Aristote

Le *sylogisme* est un discours dans lequel, certaines choses étant posées, quelque chose d'autre que ces données en résulte nécessairement par le seul fait de ces données. *Par le seul fait de ces données* : je veux dire que c'est par elles que la conséquence est obtenue ; à son tour, l'expression *c'est par elles que la conséquence est obtenue* signifie qu'aucun terme étranger n'est en sus requis pour produire la conséquence nécessaire.

**Aristote**, *Premiers analytiques*

Il est clair aussi que si les prémisses dont procède le syllogisme sont universelles, la conclusion d'une telle démonstration, c'est-à-dire de la démonstration prise au sens absolu, est nécessairement aussi éternelle. Il n'y a donc pour les choses périssables, ni de démonstration, ni de science au sens absolu, mais seulement par accident, parce que la liaison de l'attribut avec son sujet n'a pas lieu universellement, mais temporairement et d'une certaine façon. Quand une telle démonstration a lieu, il est nécessaire qu'une des prémisses soit non-universelle et périssable (périssable, parce que c'est seulement si elle est périssable que la conclusion le sera ; non-universelle, parce que le prédicat sera attribué à certains cas compris dans le sujet à l'exclusion d'autres), de sorte qu'on ne pourra pas obtenir une conclusion universelle, mais seulement une conclusion exprimant une vérité momentanée. Il en est de même encore des définitions, puisque la définition est, ou principe de démonstration, ou une démonstration différant par la position de ses termes, ou la conclusion d'une démonstration. Mais les démonstrations et la science des événements qui se répètent, comme par exemple une éclipse de Lune, sont évidemment, en tant que telles, éternelles, mais, en tant qu'elles ne sont pas éternelles, elles sont ainsi particulières. Ce que nous disons de l'éclipse s'applique également aux autres cas.

**Aristote**, *Seconds Analytiques*

La connaissance du *fait* diffère de la connaissance du *pourquoi*.

D'abord, cette différence peut avoir lieu dans une même science, et cela de deux façons : la première, c'est quand le syllogisme procède par des prémisses non immédiates (car alors la cause prochaine ne s'y trouve pas assumée, alors que la connaissance du pourquoi est celle de la cause prochaine) ; la seconde, c'est quand le syllogisme procède bien par des prémisses immédiates, mais au lieu que ce soit par la cause, c'est par celui des deux termes réciproques qui est le plus connu : rien n'empêche, en effet, que des deux prédicats réciproques le mieux

connu ne soit parfois celui qui n'est pas cause, de telle sorte que c'est par son intermédiaire qu'aura lieu la démonstration. C'est le cas, par exemple, quand on démontre la proximité des Planètes par le fait qu'elles ne scintillent pas. Admettons que  $\Gamma$  soit Planètes, B le fait de ne pas scintiller, et A le fait d'être proche. B est affirmé avec vérité de  $\Gamma$ , puisque les Planètes ne scintillent pas. Mais A est aussi affirmé de B, puisque ce qui ne scintille pas est proche : proposition qu'il faut prendre comme obtenue par induction, autrement dit, par la sensation. Par suite, A appartient nécessairement à  $\Gamma$  ; ainsi se trouve démontré que les Planètes sont proches. Ce syllogisme, en tout cas, ne porte pas sur le pourquoi, mais sur le simple fait. En effet, les Planètes ne sont pas proches parce qu'elles ne scintillent pas, mais, au contraire, elles ne scintillent pas parce qu'elles sont proches. Mais il peut se faire aussi que l'effet soit démontré par la cause, et on aura alors la démonstration du pourquoi. Soit, par exemple,  $\Gamma$  signifiant Planètes, B le fait d'être proche, et A le fait de ne pas scintiller. B appartient alors à  $\Gamma$ , et A, le fait de ne pas scintiller, à B. Par suite, A appartient aussi à  $\Gamma$ , et le syllogisme porte sur le pourquoi, puisqu'on a pris pour moyen la cause prochaine.

**Aristote**, *Seconds Analytiques*

## 2 Kant

Ce qui montre, par exemple, que la logique est entrée depuis les temps les plus anciens dans cette voie certaine, c'est que, depuis Aristote, elle n'a pas eu besoin de faire un pas en arrière, à moins que l'on ne regarde comme des améliorations le retranchement de quelques subtilités inutiles, ou une plus grande clarté dans l'exposition, toutes choses qui tiennent plutôt à l'élégance qu'à la certitude de la science. Il est aussi digne de remarque que, jusqu'ici, elle n'a pu faire un seul pas en avant, et qu'ainsi, selon toute apparence, elle semble arrêtée et achevée.

**Emmanuel Kant**, *Critique de la raison pure*, Préface à la seconde édition, 1787

Mais, si nous faisons abstraction de toute connaissance que nous ne pouvons acquérir qu'à l'occasion des objets, et que nous réfléchissions seulement à l'usage de l'entendement en général, alors nous découvrons ces règles absolument nécessaires sous tous les rapports, et sans aucun égard aux objets particuliers de la pensée, parce que sans elles il n'y aurait pas de pensée. Ces règles peuvent donc aussi être considérées *a priori*, c'est-à-dire *indépendamment de toute expérience*, parce qu'elles contiennent simplement, *sans distinction d'objets*, les conditions de l'usage de l'entendement en général, qu'il soit *pur* ou *expérimental*. D'où il suit en même temps que les règles générales et nécessaires de la pensée n'en peuvent concerner que la *forme*, et nullement la *matière*. La science de ces règles nécessaires et universelles est donc simplement la science de la forme de notre connaissance intellectuelle ou de la pensée. Nous pouvons donc nous faire une idée de la possibilité d'une telle science, de la même manière que nous nous faisons l'idée d'une *grammaire générale*, qui ne contient que la simple forme du langage en général, et non les mots qui constituent la matière du langage.

Cette science des lois nécessaires de l'entendement et de la raison en général, ou, ce qui est la même chose, de la simple forme de la pensée en général est ce que nous appelons *Logique*.

**Emmanuel Kant**, *Logique*, Introduction, 1800

### 3 Boole

We might justly assign it as the definitive character of a true Calculus, that it is a method resting upon the employment of Symbols, whose laws of combination are known and general, and whose results admit of a consistent interpretation. That to the existing forms of Analysis a quantitative interpretation is assigned, is the result of the circumstances by which those forms were determined, and is not to be construed into a universal condition of Analysis. It is upon the foundation of this general principle, that I purpose to establish the Calculus of Logic, and that I claim for it a place among the acknowledged forms of Mathematical Analysis, regardless that in its object and in its instruments it must at present stand alone. That which renders Logic possible, is the existence in our minds of general notions, our ability to conceive of a class, and to designate its individual members by a common name. [.]

Now the several mental operations which in the above case we have supposed to be performed, are subject to peculiar laws. It is possible to assign relations among them, whether as respects the repetition of a given operation or the succession of different ones, or some other particular, which are never violated. It is, for example, true that the result of two successive acts is unaffected by the order in which they are performed; and there are at least two other laws which will be pointed out in the proper place. These will perhaps to some appear so obvious as to be ranked among necessary truths, and so little important as to be undeserving of special notice. And probably they are noticed for the first time in this Essay. Yet it may with confidence be asserted, that if they were other than they are, the entire mechanism of reasoning, nay the very laws and constitution of the human intellect, would be vitally changed. A Logic might indeed exist, but it would no longer be the Logic we possess. Such are the elementary laws upon the existence of which, and upon their capability of exact symbolical expression, the method of the following Essay is founded.

**George Boole**, *The mathematical analysis of logic*, Introduction, 1847

The design of the following treatise is to investigate the fundamental laws of those operations of the mind by which reasoning is performed; to give expression to them in the symbolical language of a Calculus, and upon this foundation to establish the science of Logic and construct its method; to make that method itself the basis of a general method for the application of the mathematical doctrine of Probabilities; and, finally, to collect from the various elements of truth brought to view in the course of these inquiries some probable intimations concerning the nature and constitution of the human mind.

**George Boole**, *The Laws of Thought*, Introduction, 1854

### 4 Frege

L'acquisition d'une vérité scientifique parcourt normalement plusieurs degrés de certitude. La proposition générale, peut-être d'abord conjecturée à partir d'un nombre insuffisant de cas individuels, devient de plus en plus sûrement établie quand elle acquiert par des chaînes d'inférences une relations à d'autres vérités, soit que des conclusions qui trouvent confirmation de manière différente en dérivent, soit qu'à l'inverse, elle soit reconnue comme étant une conséquence de propositions déjà établies. C'est pourquoi il est possible de questionner le

chemin par lequel une proposition fut peu à peu saisie d'une part, et la manière par laquelle finalement il faut la justifier le plus solidement d'autre part. La première question recevra éventuellement des réponses diverses selon les différentes personnes ; la seconde question est plus précise et sa réponse est liée à l'essence interne de la proposition considérée. La démonstration la plus solide est manifestement celle qui est purement logique, qui, abstraction faite de la caractéristique particulière des choses, se fonde seulement sur des lois sur lesquelles toute connaissance repose. Ainsi, nous divisons toutes les vérités ayant besoin d'une justification en deux sortes selon que la preuve, pour les unes, peut avancer par la logique pure ou, pour les autres, doit s'appuyer sur des faits d'expérience. Mais sans doute est-il compatible qu'une proposition appartienne à la première sorte et pourtant ne puisse jamais venir à la conscience de l'esprit humain sans activité sensorielle. Donc, ce n'est pas le mode de formation psychologique, mais la méthode de démonstration la plus parfaite qui est au fondement de la distinction. Alors que je me demandais à laquelle de ces deux sortes de vérités les jugements arithmétiques appartenaient, je devais d'abord chercher jusqu'où l'on pourrait aller dans l'arithmétique grâce aux déductions seules, appuyé uniquement sur les lois de la pensée, qui sont au-dessus de toutes les particularités. A partir de là, ma démarche était de chercher d'abord à réduire le concept de succession dans une suite à la conséquence logique, puis à progresser vers le concept de nombre. Pour que, ce faisant, quelque chose d'intuitif ne puisse pas s'introduire de façon inaperçue, tout devait dépendre de l'absence de lacunes dans cette chaîne de déductions. Tandis que je visais à satisfaire cette exigence le plus rigoureusement, je trouvais un obstacle dans l'inadéquation de la langue ; malgré toutes les lourdeurs provenant de l'expression, plus les relations devinrent complexes, moins elle laissa atteindre l'exactitude que mon but exigeait. De ce besoin résultat l'idée de l'idéographie (*en allemand : Begriffsschrift*) dont il est question ici. Elle doit ainsi d'abord servir à examiner de la manière la plus sûre la force concluante d'une chaîne de déductions et à dénoncer chaque hypothèse qui veut s'insinuer de façon inaperçue, afin que finalement sa provenance puisse en être recherchée. C'est pourquoi j'ai renoncé à exprimer tout ce qui est sans signification pour la déduction. [...] Comme je me suis pour l'instant limité à l'expression de relations qui sont indépendantes de la caractéristique particulière des choses, je peux aussi utiliser l'expression 'langage formulaire de la pensée pure'. [...]

Je crois pouvoir rendre le plus clairement le rapport de mon idéographie à la langue courante si je le compare avec celui du microscope à l'oeil. Celui-ci a, par l'étendue de ses possibilités d'application, par la mobilité avec laquelle il peut s'adapter aux circonstances les plus différentes, une grande supériorité sur le microscope. Considéré comme un appareil optique, il montre assurément beaucoup d'imperfections qui ne restent ignorées qu'en raison de sa promiscuité avec la vie mentale. Mais aussitôt que des buts scientifiques posent de hautes exigences quant à la précision dans la distinction, l'oeil se montre insuffisant. Par contre, le microscope est parfaitement adapté précisément de tels buts, mais c'est justement pour cette raison qu'il est inutilisable pour tous les autres. [...]

Il me paraît facile d'étendre le domaine de ce langage formulaire à la géométrie. Il faudrait seulement ajouter encore quelques signes pour les rapports intuitifs qui y apparaissent. De cette manière, on obtiendrait une sorte d'*analysis situs*. Le passage à la cinématique pure, puis à la mécanique et à la physique pourrait suivre ici. C'est plutôt dans ces derniers domaines, où la nécessité naturelle se fait valoir à côté de la nécessité de la pensée, qu'un développement du mode de désignation allant de paire avec le progrès de la connaissance est à prévoir. [...]

Si c'est une tâche de la philosophie que de rompre la domination du mot sur l'esprit humain en dévoilant les illusions qui souvent naissent presque inévitablement de l'utilisation de la langue pour l'expression de relations entre des concepts, et de libérer la pensée de ce dont elle est atteinte uniquement par la nature du moyen d'expression linguistique, alors mon idéographie, développée plus en avant pour ces buts, pourra devenir un outil utile aux philosophes. Elle ne restitue assurément pas la pensée purement, étant donné que cela n'est guère possible par un moyen extrinsèque de représentation ; mais d'une part, on peut restreindre ces écarts à l'inévitable et l'inoffensif, d'autre part, le fait qu'ils soient d'une toute autre sorte que ceux qui sont propres à la langue, procure déjà une protection contre une influence unilatérale de l'un de ces moyens d'expressions.

L'invention de cette idéographie a déjà fait, il me semble, avancer la logique. J'espère que les logiciens, s'ils ne se laissent pas rebuter par la première impression d'étrangeté, ne refuseront pas leur approbation aux nouveautés auxquelles j'ai été conduit par une nécessité inhérent à la chose même. Ces écarts de la tradition trouvent leur justification en ce que la logique s'est jusqu'ici toujours rattachée trop étroitement à la langue et à la grammaire. En particulier, je crois que le remplacement des concepts *sujet* et *prédictat* par *argument* et *fonction* fera ses preuves à la longue.

**Gottlob Frege**, *Begriffsschrift*, Avant-propos, 1879

## Références

- [Blanché and Dubucs(1996)] Robert Blanché and Jacques Dubucs. *La logique et son histoire (édition revue de 1970)*. Armand Colin, 1996.
- [Bonnay and Cozic(2009)] Denis Bonnay and Mikaël Cozic. *Philosophie de la logique*. Vrin, 2009.
- [Cori and Lascar(2003)] René Cori and Daniel Lascar. *Logique mathématique (seconde édition), en deux tomes*. Dunod, 2003.
- [Woods and Gabbay(2004a)] John Woods and Dov Gabbay. *Handbook of the History of Logic, vol.1, Greek, Indian and Arabic Logic*. Elsevier, 2004a.
- [Woods and Gabbay(2004b)] John Woods and Dov Gabbay. *Handbook of the History of Logic, vol.3, The Rise of Modern Logic : from Leibniz to Frege*. Elsevier, 2004b.
- [Woods and Gabbay(2008)] John Woods and Dov Gabbay. *Handbook of the History of Logic, vol.4, British Logic in the 19th Century*. Elsevier, 2008.